

Bürgermeisterin Elsbeth und Bäckerwichtel Hugo sind seit 85 Jahren verheiratet! Anlässlich ihrer „Engelshochzeit“ veranstalten sie am 4. Advent eine große Feier. Orlandie und Balduin haben sich bereit erklärt, die Planung der Feier zu übernehmen. Heute möchten die vier die Gästeliste fertig stellen. Natürlich sind alle 9 Kinder und 34 Enkelkinder von Elsbeth und Hugo eingeladen. Auch zahlreiche Freunde und Bekannte des Ehepaares stehen auf der Liste.

Dann schlägt Elsbeth vor: „Wie wäre es, wenn wir noch die norwegischen Bergtrolle einladen?“ Hugo schaut Elsbeth verdutzt an: „Meinst du, das ist so eine gute Idee? Ich habe gehört, dass alle Trolle immer sehr griesgrämig sind. Die verderben uns sicher die Stimmung auf der Feier.“ Elsbeth schüttelt energisch den Kopf: „Weißt du noch vor 6 Jahren? Wir hatten die Schneepocken im Dorf! Yorick, der Bergtroll, hat uns geholfen und die ganze Geschenke-Produktion gerettet! Der war überhaupt nicht griesgrämig, sondern sehr witzig und nett zu uns.“



Da schaltet sich Orlandie ein: „Ich muss Hugo Recht geben. Ich habe mal einen Bergtroll kennengelernt. Der war sehr unfreundlich.“ Hugo nickt: „Siehst du Elsbeth, da haben wir den Beweis!“

Da meldet sich Balduin zu Wort: „Also, ich habe bisher ganz gute Erfahrungen mit den Trollen gemacht. Ich glaube auch nicht, dass man alle von ihnen über einen Kamm scheren kann.“

Welche Aussage ist *mit Sicherheit* richtig?

- Es steht fest, dass *alle* Bergtrolle immer griesgrämig sind, weil Hugo das gehört hat.
- Orlandie kennt *einen* griesgrämigen Bergtroll. Das reicht aus, um sagen zu können: „*Alle* Bergtrolle sind immer griesgrämig.“
- Elsbeth hat einen Bergtroll getroffen, der witzig und nicht griesgrämig war. Deshalb ist sicher: „*Nicht alle* Bergtrolle sind immer griesgrämig.“
- Die wenigen positiven Erfahrungen von Elsbeth und Balduin reichen nicht aus: „Es ist trotzdem sicher, dass *alle* Bergtrolle immer griesgrämig sind.“



2018: Aufgaben Klasse 4-6
16. Griesgrämige Bergtrolle



Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Das "Mathe im Advent"-Team

Mathe im Leben gemeinnützige GmbH

<https://www.facebook.com/matheimadvent>

Lösung

Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Weil Elsbeth einen Bergtroll getroffen hat, der nicht griesgrämig war, sind *nicht alle* Bergtrolle immer griesgrämig.

Für die Lösung der Aufgabe ist es sinnvoll, wenn du dir alle Aussagen über die Bergtrolle aufschreibst, die die verschiedenen Wichtel gemacht haben.

- Hugo hat *gehört*, dass *alle* Bergtrolle immer griesgrämig sind.
- Elsbeth kennt *einen* Bergtroll, der witzig, nett und nicht griesgrämig war.
- Orlandie kennt *einen* sehr unfreundlichen Bergtroll.
- Balduin hat bisher ganz gute Erfahrungen mit den Bergtrollen gemacht.

Jeder Wichtel hat eine Aussage über die Bergtrolle getroffen. Balduin und Elsbeth haben nur über die Bergtrolle gesprochen, die sie kennen. Hugo und Orlandie haben Aussagen über *alle* Bergtrolle getroffen und sogar behauptet, dass sie *immer* griesgrämig seien.

Wenn eine Aussage über *alle* Bergtrolle gemacht wird, so muss sie auch auf *jeden einzelnen Bergtroll* zutreffen. Elsbeth kennt aber einen netten Bergtroll, der nicht griesgrämig war. Es gibt deshalb einen Bergtroll, der *nicht* immer griesgrämig ist. Es können also gar nicht *alle* Bergtrolle *immer* griesgrämig sein. Antwortmöglichkeit c) ist damit die richtige.



Blick über den Tellerrand: „Alles über einen Kamm scheren.“

Balduin hat behauptet, dass man nicht alle Bergtrolle über einen Kamm scheren kann. Dabei handelt es sich um eine Redewendung. Wenn du alles über einen Kamm scherst, kümmerst du dich nicht um die Unterschiede zwischen mehreren Dingen, du behandelst sie alle als gleich. Balduin meint damit: nur weil du einen griesgrämigen Bergtroll oder sogar ein paar davon kennst, kannst du nicht darauf schließen, dass alle Bergtrolle griesgrämig sind.

Diese Redewendung hat seinen Ursprung im altdeutschen Strafrecht. Früher war es üblich, dass zur Bestrafung den Verbrechern alle Haare abrasiert wurden. Das galt als eine schlimme Strafe und jeder andere Mensch sollte erkennen können, wer ein Verbrecher war. Wenn du damals jemandem mit kahlem Kopf begegnetest, konntest du davon ausgehen, dass es sich um einen Verbrecher handelte. Für die Menschen waren bald alle Menschen Verbrecher, die sehr kurze Haare hatten – auch, wenn sie in Wirklichkeit gar keine waren. Es wurde kein Unterschied gemacht. In Bayern kannst du heutzutage manchmal noch den Ausdruck „Gscherter“ hören, der sich darauf bezieht. Das Wort „Gscherter“ bedeutet nämlich auf hochdeutsch „Gescherter“ oder „Abrasierter“.

Später in der Geschichte kam noch ein Aspekt dazu: Beim Scheren von Schafen werden

normalerweise verschiedene Kämmen benutzt, um die dicke Wolle der Schafe von der feinen Wolle zu trennen. Die traditionellen Schafscherer benutzten aber nur einen Kamm für dicke und feine Wolle. Sie machten keinen Unterschied - und scherten alles über einen Kamm.



Mathematische Exkursion: Aussagenlogik

In der Aufgabe wurden viele Aussagen über die Bergtrolle getroffen. Eine davon ist „Alle Bergtrolle sind griesgrämig“. Solche und andere Aussagen sind in der Mathematik besonders wichtig. Nur mit Hilfe von Aussagen können mathematische Sachverhalte nachgewiesen werden. Deshalb gibt es in der Mathematik auch ein Gebiet, das sich nur mit Aussagen und ihrer Logik beschäftigt, die sogenannte *Aussagenlogik*.

Eine Aussage ist ein Satz, der entweder wahr oder falsch ist, aber nicht beides. Sätze, die nicht wahr oder falsch sind, sind keine Aussagen. Die Frage „In wie vielen Tagen ist Weihnachten?“ ist keine Aussage, da Fragen nie wahr oder falsch sein können.

Zwei Beispiele für Aussagen siehst du hier:

„ $1 + 1 = 2$ “. Diese Aussage ist wahr.

„Alle Katzen sind grau“. Diese Aussage ist falsch, da es auch Katzen gibt, die nicht grau sind.

Bei Aussage 2) handelt es sich genauso wie bei der Aussage „Alle Bergtrolle sind griesgrämig“ um eine *All-Aussage*. Bei einer All-Aussage wird eine Aussage über *alle* Dinge einer bestimmten Gruppe gemacht, zum Beispiel über *alle* Bergtrolle oder über *alle* Katzen.

Wenn Aussagen immer entweder wahr oder falsch sind, will man natürlich wissen, was von beidem denn der Fall ist. Wenn du begründen kannst, dass eine Aussage wirklich wahr ist, nennt man das *beweisen*. Wenn du aber zeigen kannst, dass eine Aussage falsch ist, sagt man auch, dass du die Aussage *widerlegst*.

Bei All-Aussagen musst du immer begründen, warum die Aussage auch wirklich und für *alle* Dinge, über die die Aussage etwas sagt, wahr ist. Für die Aussage „Alle Bergtrolle sind griesgrämig“ müsste man also überprüfen, ob *jeder* einzelne Bergtroll auch wirklich griesgrämig ist.

Es kann viel einfacher sein, diese Aussage zu widerlegen. Findest du nämlich nur *einen* Bergtroll, der *nicht* griesgrämig ist, ist die Aussage sofort falsch. Dann hast du die Aussage widerlegt. Voraussetzung dafür ist aber, dass es tatsächlich einen Bergtroll gibt, der *nicht* griesgrämig ist. Sonst wirst du keinen finden, egal wie gründlich du suchst.

Die Aussage „Es gibt (mindestens) einen Bergtroll, der nicht griesgrämig ist“ nennt man auch die *Verneinung* zu unserer All-Aussage über Bergtrolle. Die Verneinung einer Aussage ist immer *wahr*, wenn die Aussage *falsch* ist und andersrum ist die Verneinung immer *falsch*, wenn die Aussage *wahr* ist.