<u>Grundwissen 10. Klasse, Wpfgr. I: Skalarprodukt</u>

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$

Skalarprodukt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$: $\vec{a} \circ \vec{b} = a_x \bullet b_x + a_y \bullet b_y$

Für das Skalarprodukt gelten folgende Gesetze:

Kommutativgesetz: $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$

Assoziatives Gesetz: $(k \bullet \vec{a}) \circ \vec{b} = k \bullet (\vec{a} \circ \vec{b})$, $k \in \mathbb{R}$

Distributivgesetz: $\vec{a} \circ (\vec{b} \oplus \vec{c}) = \vec{a} \circ \vec{b} + \vec{b} \circ \vec{c}$

Es gilt: $\vec{a} \circ \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

Schließen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ den Winkel φ ein, so gilt:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| \bullet |\vec{b}| \bullet \cos\varphi \quad \Leftrightarrow \quad \cos\varphi = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\varphi = \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \bullet \sqrt{b_x^2 + b_y^2}}$$

<u>Anwendung:</u>

<u>Nachweis der Orthogonalität:</u>

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

Behauptung: $\vec{a} \perp \vec{b}$

Nachweis: $4 \bullet 6 + 8 \bullet (-3) = 24 - 24 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

<u>Berechnung des Winkels φ, den die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen</u>

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow \quad \cos\varphi = \frac{4 \cdot 8 + 3 \cdot 6}{\sqrt{16+9} \cdot \sqrt{64+36}} = \frac{24+18}{5 \cdot 10} = \frac{42}{50} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 32{,}86°$$

Zusammenstellung: Anette Schalk, Staatliche Realschule Geisenfeld