

Grundwissen 9. Klasse, Wpfr. I: Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen

In Normalform

$$x^2 + px + q = 0, \mathbb{G} = \mathbb{R}, p, q \in \mathbb{R}$$

in allgemeiner Form

$$ax^2 + bx + c = 0, \mathbb{G} = \mathbb{R}; a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

1. Lösungsformel

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$D > 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{ -\frac{p}{2} + \sqrt{D}; -\frac{p}{2} - \sqrt{D} \right\}$$

$$D = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{ -\frac{p}{2} \right\}$$

$$D < 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \emptyset$$

2. Lösungsformel

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D > 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{ \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right\}$$

$$D = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{ \frac{-b}{2a} \right\}$$

$$D < 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \emptyset$$

Schnittpunkte von Funktionsgraphen: ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$)

1. Parabel und Gerade

$$p: y = ax^2 + bx + c; a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

$$g: y = mx + t; m, t \in \mathbb{R}$$

Funktionsterme gleichsetzen:

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = mx + t \quad \Leftrightarrow ax^2 + (b-m)x + (c-t) = 0$$

Bestimme die Diskriminante D der quadratischen Gleichung

gemeinsame Punkte von g und p:

falls $D > 0$: 2 Schnittpunkte (g ist Sekante)

falls $D = 0$: 1 Berührungspunkt (g ist Tangente)

falls $D < 0$: kein gemeinsamer Punkt (g ist Passante)

Beispiel:

$$p: y = 0,5x^2 + 1 \quad g: y = x + t; t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 0,5x^2 + 1 = x + t \quad \Leftrightarrow 0,5x^2 - x + (1-t) = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 0,5 \cdot (1-t) = 2t - 1$$

$$2t - 1 > 0, \text{ falls } t > 0,5$$

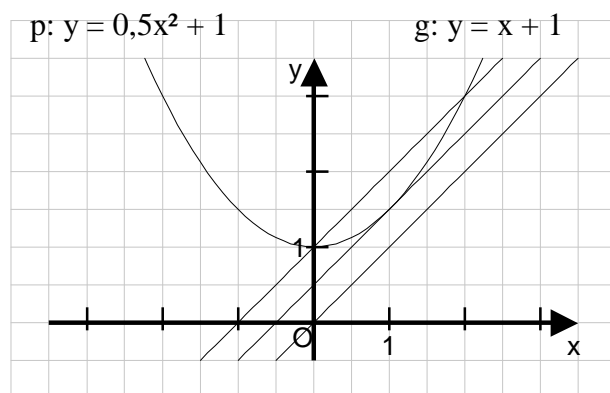
$$2t - 1 = 0, \text{ falls } t = 0,5$$

$$2t - 1 < 0, \text{ falls } t < 0,5$$

somit: **Tangente:** $g: y = x + 0,5$

$$\text{Berührungspunkt B: } x = \frac{1}{2 \cdot 0,5} = 1$$

$$\text{setze } x = 1 \text{ in die Geradengleichung ein } \Rightarrow B(1 | 1,5)$$



2. Parabel und Parabel

$$p_1: y = a_1x^2 + b_1x + c_1; a_1, b_1, c_1 \in \mathbb{R}; a_1 \neq 0$$

$$p_2: y = a_2x^2 + b_2x + c_2; a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}; a_2 \neq 0$$

Verfahren: siehe oben

Bestimme die Diskriminante D der quadratischen Gleichung

gemeinsame Punkte von p_1 und p_2 :

falls $D > 0$: die beiden Parabeln schneiden sich in zwei Punkten; falls $D = 0$: die beiden Parabeln

berühren sich; falls $D < 0$: die beiden Parabeln haben keinen gemeinsamen Punkt