Grundwissen 10. Klasse, Wpfgr. II: Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen

In Normalform

$x^2 + px + q = 0$, $\mathbb{G} = \mathbb{R}$, $p, q \in \mathbb{R}$

in allgemeiner Form

$ax^2 + bx + c = 0$, $\mathbb{G} = \mathbb{R}$; $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$

<u>1. Lösungsformel</u>

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

$D > 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{ -\frac{p}{2} + \sqrt{D}\ ; -\frac{p}{2} - \sqrt{D} \}$

$D = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{ -\frac{p}{2} \}$

$D < 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \emptyset$

<u>2. Lösungsformel</u>

$D = b^2 - 4ac$

$D > 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{ \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}\ ;\ \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} \}$

$D = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{ \frac{-b}{2a} \}$

$D < 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \emptyset$

Schnittpunkte von Funktionsgraphen: ($\mathbb{G} = \mathbb{R} x \mathbb{R}$)

<u>1. Parabel und Gerade</u>

$p: y = ax^2 + bx + c$; $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$

$g : y = mx + t$; $m, t \in \mathbb{R}$

Funktionsterme gleichsetzen :

$\Rightarrow ax^2 + bx + c = mx + t \quad \Leftrightarrow ax^2 + (b-m)x + (c-t) = 0$

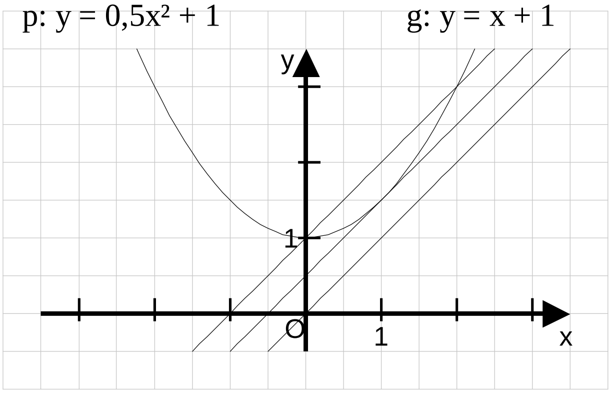
Bestimme die Diskriminante D der quadratischen Gleichung

gemeinsame Punkte von g und p:

falls D > 0: 2 Schnittpunkte (g ist Sekante)

falls D = 0: 1 Berührpunkt (g ist Tangente)

falls D < 0: kein gemeinsamer Punkt (g ist Passante)



Beispiel:

$p: y = 0{,}5x^2 + 1 \qquad g : y = x + t$; $t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow 0{,}5x^2 + 1 = x + t \quad \Leftrightarrow 0{,}5x^2 - x + (1 - t) = 0$

$D = 1 - 4 \bullet 0{,}5 \bullet (1 - t) = 2t - 1$

$2t - 1 > 0$, falls $t > 0{,}5$ $\qquad 2t - 1 = 0$, falls $t = 0{,}5$ $\qquad 2t - 1 < 0$, falls $t < 0{,}5$

somit: **Tangente**: g: $y = x + 0{,}5$

Berührpunkt B: $x = \frac{1}{2 \cdot 0{,}5} = 1$ $\qquad$ setze x = 1 in die Geradengleichung ein $\Rightarrow$ B(1 | 1,5)

<u>2. Parabel und Parabel</u>

$p_1: y = a_1x^2 + b_1x + c_1$; $a_1, b_1, c_1 \in \mathbb{R}$; $a_1 \neq 0$ $\qquad$ $p_2: y = a_2x^2 + b_2x + c_2$; $a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$; $a_2 \neq 0$

Verfahren: siehe oben

Bestimme die Diskriminante D der quadratischen Gleichung

gemeinsame Punkte von p_1 und p_2:

falls D > 0: die beiden Parabeln schneiden sich in zwei Punkten

falls D = 0: die beiden Parabeln berühren sich

falls D < 0: die beiden Parabeln haben keinen gemeinsamen Punkt

Zusammenstellung: Anette Schalk, Staatliche Realschule Geisenfeld