Grundwissen 9. Klasse, Wpfgr. I: Gleichungen von Parabeln ermitteln

1. Gegeben: Scheitel $S(x_S \mid y_S)$, Faktor a

Setze a und die Scheitelkoordinaten in die Scheitelgleichung $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ ein.

Beispiel: $S(2 \mid 5)$, $a = -2$ $\Rightarrow$ p: $y = 2(x - 2)^2 + 5$

2. Gegeben: Zwei Punkte, die auf der Parabel liegen; Faktor a

Setze die Punktkoordinaten in die Gleichung $y = ax^2 + bx + c$ ein und löse das zugehörige Gleichungssystem.

Beispiel: $a = 2$; $P(3 \mid 4)$, $Q(0 \mid 4)$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 4 = 2\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c \\ \wedge\ 4 = 2\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 4 = 18 + b\cdot 3 + c \\ \wedge\ 4 = c \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -14 = b\cdot 3 + 4 \\ \wedge\ 4 = c \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 3b = -18 \\ \wedge\ 4 = c \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} b = -6 \\ \wedge\ 4 = c \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$ p: $y = 2x^2 - 6x + 4$

3. Die Parabel p wird durch Parallelverschiebung mit Vektor $\vec{v}$ auf die Parabel p' abgebildet.

Wende das Parameterverfahren an.

Beispiel: p: $y = -x^2 + 5x - 3$; $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} \oplus \vec{v} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -x^2 + 5x - 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} x' = x + 1 \\ \wedge\ y' = -x^2 + 5x - 3 + 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = x' - 1 \\ \wedge\ y' = -(x'-1)^2 + 5(x'-1) - 1 \end{array} \right. \begin{pmatrix} 1.\,\textit{Gleichung nach x auflösen} \\ \textit{und in die 2. Gleichung für x einsetzen} \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow y' = -(x'^2 - 2x' + 1) + 5x' - 5 - 1 \Leftrightarrow \quad y' = -x'^2 + 2x' - 1 + 5x' - 6 \quad \Leftrightarrow \quad y' = -x'^2 + 7x' - 7$

$\Rightarrow$ p' : $y = -x^2 + 7x - 7$

4. Die Parabel p wird durch zentrische Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor k auf die Parabel p' abgebildet.

Wende das Parameterverfahren an.

Beispiel: p: $y = x^2 + 5x$; $Z(0 \mid 1)$, $k = 2$

$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OZ} \oplus k\cdot\overrightarrow{ZP} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus 2\cdot \begin{pmatrix} x - 0 \\ x^2 + 5x - 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} x' = 2x \\ \wedge\ y' = 1 + 2x^2 + 10x - 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 0{,}5x' \\ \wedge\ y' = 1 + 2(0{,}5x')^2 + 10\cdot 0{,}5x' - 2 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow y' = 1 + 2\bullet 0{,}25x'^2 + 5x' - 2 \quad \Leftrightarrow \quad y' = 0{,}5x'^2 + 5x' - 1 \quad \Rightarrow$ p' : $y = 0{,}5x^2 + 5x - 1$

Zusammenstellung: Anette Schalk, Staatliche Realschule Geisenfeld