

## Grundwissen 10. Klasse, Wpfr. I: Logarithmus

### Definition:

Die Lösung  $x \in \mathbb{R}$  der Gleichung  $b = a^x$  mit  $a, b \in \mathbb{R}^+$  und  $a \neq 1$  wird als Logarithmus von  $b$  zur Basis  $a$  bezeichnet ( $x = \log_a b$ ).

Dekatischer Logarithmus:  $\log_{10} x = \lg x$

Für  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ ;  $a \neq 1$ ,  $c \neq 1$  gilt:

$$\log_a b = \frac{\log_e b}{\log_e a}$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

### Lösen von Exponentialgleichungen:

Beispiel:  $2 \cdot 3^{x+1} = 5$ ;  $\mathbb{G} = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3^{x+1} = 2,5$$
$$\Leftrightarrow x+1 = \log_3 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \log_3 2,5 - 1 \quad \mathbb{L} = \{ \log_3 2,5 - 1 \}$$

### Logarithmusfunktionen mit $y = k \cdot \log_a b$ , $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$

Die Logarithmusfunktionen mit  $y = \log_a b$  ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion mit der Gleichung  $y = a^x$ .

### Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph:

- $P(1 | 0)$  liegt auf dem Funktionsgraphen
- Asymptote.  $y = 0$

### Logarithmusfunktionen mit $y = k \cdot \log_a b$ , $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$ , $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

### Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph:

- falls  $|k| > 0$ : Graph zu  $y = \log_a b$  wird gestreckt
- falls  $|k| < 1$ : Graph zu  $y = \log_a b$  wird gestaucht
- falls  $k < 0$ : Graph zu  $y = |k| \cdot \log_a b$  wird an der  $x$ -Achse gespiegelt
- Asymptote.  $y = 0$

### Potenzfunktionen mit $y = k \cdot \log_a (b-c) + d$ , $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$ , $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

### Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \{x \mid x > c\}$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph: Asymptote.  $y = c$