

Grundwissen 10. Klasse, Wpfr. I: Logarithmus

Definition:

Die Lösung $x \in \mathbb{R}$ der Gleichung $b = a^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$ wird als Logarithmus von b zur Basis a bezeichnet ($x = \log_a b$).

Dekatischer Logarithmus: $\log_{10} x = \lg x$

Für $a, b, c \in \mathbb{R}^+$; $a \neq 1$, $c \neq 1$ gilt:

$$\log_a b = \frac{\log c \cdot b}{\log a}$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

Lösen von Exponentialgleichungen:

Beispiel: $2 \cdot 3^{x+1} = 5$; $\mathbb{G} = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3^{x+1} = 2,5$$
$$\Leftrightarrow x+1 = \log_3 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \log_3 2,5 - 1 \quad \mathbb{L} = \{ \log_3 2,5 - 1 \}$$

Logarithmusfunktionen mit $y = k \cdot \log_a b$, $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$

Die Logarithmusfunktionen mit $y = \log_a b$ ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion mit der Gleichung $y = a^x$.

Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph:

- $P(1 | 0)$ liegt auf dem Funktionsgraphen
- Asymptote. $y = 0$

Logarithmusfunktionen mit $y = k \cdot \log_a b$, $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$, $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph:

- falls $|k| > 0$: Graph zu $y = \log_a b$ wird gestreckt
- falls $|k| < 1$: Graph zu $y = \log_a b$ wird gestaucht
- falls $k < 0$: Graph zu $y = |k| \cdot \log_a b$ wird an der x -Achse gespiegelt
- Asymptote. $y = 0$

Potenzfunktionen mit $y = k \cdot \log_a (b-c) + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$, $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Eigenschaften:

$$\mathbb{D} = \{x \mid x > c\} \quad \mathbb{W} = \mathbb{R}$$

Graph: Asymptote. $y = c$