

Grundwissen 10. Klasse, Wpfr. I: Abbildungen

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\mathbf{g}x + c\mathbf{g}y \\ b\mathbf{g}x + d\mathbf{g}y \end{pmatrix}$$

Achsen Spiegelung an einer Ursprungsgeraden mit der Gleichung $g: y = \tan \alpha \cdot x$

$$P(x | y) \mid \xrightarrow{g} P'(x' | y')$$

Es gilt :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2a & \sin 2a \\ \sin 2a & -\cos 2a \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Drehung um den Ursprung mit Drehwinkel φ :

$$P(x | y) \mid \xrightarrow{O; j} P'(x' | y')$$

Es gilt :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und Affinitätsmaßstab $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$P(x | y) \mid \xrightarrow{x\text{-Achse}; k} P'(x' | y')$$

Es gilt :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anwendung: Gleichungen von Trägergraphen ermitteln:

Beispiel:

$$g: y = \sqrt{3}x \mid \xrightarrow{O; j=60^\circ} g'$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ \sqrt{3}x \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & -0,5\sqrt{3} \\ 0,5\sqrt{3} & 0,5 \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ \sqrt{3}x \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0,5x - 0,5\sqrt{3}x \\ \wedge y' = 0,5\sqrt{3}x + 0,5\sqrt{3}x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ \wedge y' = \sqrt{3}x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -x' \\ \wedge y' = \sqrt{3}(-x') \end{cases}$$

$$\Rightarrow g': y = -\sqrt{3}x$$